



研究与开发

# 基于波束空间时间平滑算法的动态超表面天线二维 DOA 估计方法

侯利龙, 金梁, 黄开枝, 肖帅芳, 楼洋明, 易鸣  
(信息工程大学, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 在多径传输环境中, 针对现有空间平滑算法因孔径损失导致波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计精度下降的问题, 提出了一种基于波束空间时间平滑算法的超表面天线二维 DOA 估计方法。首先, 该方法利用 L 形动态超表面天线 (dynamic metasurface antenna, DMA) 的捷变性和相移特性, 在波束空间、空域和时域等多个维度对多径信号进行综合观测, 从而在无孔径损失的情况下, 获取多个维度的信号观测分量。接着, 对每个相干时间段的波束空间数据进行特征值分解, 提取信号子空间数据, 并计算多个时段数据的协方差矩阵。随后, 充分利用协方差矩阵的互相关矩阵, 将其平均处理后作为修正的空间平滑矩阵, 采用一维波束空间多信号分类 (multiple signal classification, MUSIC) 算法分别估计水平方向和垂直方向的入射角度, 并结合最大似然算法进行配对, 最终获取二维 DOA。蒙特卡罗仿真验证了理论分析结果, 与基于现有平滑算法的 DOA 估计方法相比, 本方法具有更强的去相关性和更小的谱峰偏移, 能够有效提升估计精度。

**关键词:** 波束空间; 时间平滑; 动态超表面天线

**中图分类号:** TP928

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-0801.2025198

## 2D DOA estimation method using dynamic metasurface antenna based on beamspace temporal smoothing algorithm

HOU Lilong, JIN Liang, HUANG Kaizhi, XIAO Shuaifang, LOU Yangming, YI Ming  
Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

**Abstract:** In a multipath transmission environment, a two-dimensional direction of arrival (DOA) estimation method for dynamic metasurface antenna based on beam-space time smoothing algorithm was proposed, addressing the issue of decreased estimation accuracy in DOA caused by aperture loss in existing spatial smoothing algorithms. Firstly, by leveraging the agility and phase-shifting characteristics of the L-shaped dynamic metasurface antenna (DMA), mul-

收稿日期: 2025-06-04; 修回日期: 2025-08-26

通信作者: 金梁, liangjin@263.net

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.U22A2001); 国家重点研发计划项目 (No.2022YFB2902201, No.2022YFB2902202); 自主科研项目 (No.a8709)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.U22A2001), The National Key Research and Development Program of China (No.2022YFB2902201, No.2022YFB2902202), The Independent Research Program (No.a8709)

tipath signals were observed comprehensively across multiple dimensions, including beamspace, spatial domain, and temporal domain. As a result, signal components of all dimensions were obtained without aperture loss. Next, eigenvalue decomposition was performed on the beamspace data for each coherent time period to extract the signal subspace data and calculate the cross-covariance matrix across multiple periods. Subsequently, the cross-correlation matrices of these cross-covariance matrices were averaged to form the modified beamspace temporal smoothing matrix. Then, the 1D beamspace multiple signal classification (MUSIC) algorithm was employed to separately estimate the incident angles in the horizontal and vertical directions. Finally, the maximum likelihood algorithm is applied for pairing to obtain the 2D DOA. Monte Carlo simulations validated the theoretical analysis results. Compared to existing DOA estimation methods based on smoothing algorithms, this method offers stronger decorrelation and smaller spectral peak fluctuations, effectively enhancing estimation accuracy.

**Key words:** beamspace, temporal smoothing, DMA

## 0 引言

波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计作为阵列信号处理领域的核心研究内容之一, 广泛应用于雷达、导航和移动通信等多个领域<sup>[1-3]</sup>。基于子空间的 DOA 估计方法, 如多信号分类 (multiple signal classification, MUSIC) 算法, 由于具有无偏估计和超高分辨率特性, 受到广泛关注。信号和噪声子空间的正确分割对于 MUSIC 算法至关重要。然而, 在多径传播环境中, 多径信号的相干性导致信号协方差矩阵的秩降低, 使 MUSIC 算法的估计性能下降, 甚至失效。因此, 相干信号 DOA 估计成为当前研究的热点问题。

空间平滑算法为相干信号 DOA 的准确估计提供了有效解决方案, 具有较低的实现复杂度, 在实践中得到了广泛应用<sup>[4]</sup>。前向空间平滑 (forward spatial smoothing, FSS) 算法将均匀线性阵列 (uniform linear array, ULA) 划分为多个重叠的子阵列, 通过对子阵列协方差矩阵进行平均运算, 使信号协方差矩阵的秩等于相干信号数量, 从而重建信号与噪声子空间的正交性<sup>[5]</sup>。前后向空间平滑 (forward-backward spatial smoothing, FBSS) 算法在 FSS 基础上, 加入共轭后向子阵列协方差矩阵的平均运算, 进一步增强了平滑效果<sup>[6]</sup>。然而, FSS 和 FBSS 算法仅利用子阵的自相关信

息, 未充分挖掘子阵间的互相关信息。文献[7-9]提出了 3 种改进的空间平滑 (improved spatial smoothing, ISS) 算法, 这些算法通过不同组合的子阵自协方差矩阵进行互相关运算, 充分利用阵列输出的相关性, 具有更好的解相干特性。在 ISS 算法的基础上, 文献[10]提出了增强型空间平滑 (enhanced spatial smoothing, ESS) 算法和利用信号子空间数据的增强型空间平滑算法 ESS-SS, 从而更加高效地利用子阵信号的自相关性和互相关性。此外, 基于 ESS-SS 算法, 文献[11]进一步提出了一种简化空间平滑 (simplified spatial smoothing, SSS) 算法, 避免了协方差矩阵的平方运算, 通过平滑子阵的信号子空间数据矩阵实现解相干。文献[12]结合子阵间的互相关信息, 提出了一种加权 FBSS 算法, 解相干后利用一维 MUSIC 算法估计 DOA。

上述一维空间平滑算法通过逐步融合子阵的自相关与互相关信息来优化解相干能力。对于二维阵列天线, 则需要采用二维空间平滑技术来进行解相干。文献[13-14]将  $M \times N$  大小的均匀矩形阵列 (uniform rectangular array, URA) 分为  $M_{\text{sub}} \times N_{\text{sub}}$  ( $M_{\text{sub}} < M, N_{\text{sub}} < N$ ) 大小重叠的矩形子阵列, 将所有子阵的自协方差矩阵平均后得到修正的协方差矩阵, 再采用二维 MUSIC 算法估计二维 DOA。然而, 现有基于空间平滑的 DOA 估计方



法主要采用传统阵列天线, 结构固化且自由度低, 不利于估计精度的进一步提升。因此, 迫切需要一种基于高自由度阵列天线的 DOA 估计方法。

近年来, 动态超表面天线 (dynamic metasurface antenna, DMA) 通过数字编码对电磁波进行智能调控, 显著提高了通信质量<sup>[15]</sup>。凭借低成本、低功耗和硬件结构简单的优势<sup>[16]</sup>, DMA 在多个领域有着重要应用, 如可重构波束成形<sup>[17]</sup>、物理层密钥生成<sup>[18]</sup>、简化合成孔径雷达硬件结构<sup>[19]</sup>等, 尤其在 6G 系统的城市通信环境中, 能够实现低成本超大规模多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 通信<sup>[20]</sup>。同时, 通过实时动态调控超材料阵元, 在波束空间维度引入新的自由度, 显著提升信号接收效果, 使 DMA 在 DOA 估计方面也展现出强大的应用潜力<sup>[21]</sup>。然而, 这也带来了新的挑战。现有的空间平滑算法无法直接应用于 DMA, 且子阵划分导致有效阵元数减少, 从而降低了分辨率, 影响了估计精度。此外, 二维 DOA 估计方法面临二维谱峰搜索空间过大导致计算复杂度高的挑战。

针对以上问题, 本文提出了一种基于波束空间时间平滑算法的超表面天线二维 DOA 估计方法。该方法首先利用 L 形 DMA 的捷变性和相移特性构建虚拟多波束通道, 在波束空间、空域和时域等多个维度对多径信号进行综合观测, 从而在无孔径损失的情况下, 获取多维度的信号观测分量。然后, 通过角度解耦, 将二维角度数据转化为一维角度数据, 以降低计算复杂度。接着, 提出一种波束空间时间平滑 (beamspace temporal smoothing, BTS) 算法, 对每个相干时间段的波束空间数据进行特征值分解, 提取信号子空间数据, 并计算多个时段子空间数据间的互协方差矩阵。最后, 充分利用前后向互协方差矩阵, 并通过平均得到修正后的空间平滑矩阵, 采用一维波束空间 MUSIC 算法进行 DOA 估计, 并结合最

大似然 (maximum likelihood, ML) 算法进行配对, 最终获取二维 DOA。

## 1 系统模型

针对城市环境中建筑物密集分布导致的多径传输场景, 本文提出一种基于 DMA 的多径信道传输模型, 如图 1 所示。用户和基站作为通信双方, 用户配备单天线, 基站部署 DMA。通信双方之间没有直达链路, 且处于远场区域。多径信道采用准静态块衰落模型, 即在同一相干时间段内信道保持不变, 而在不同时段信道复增益随机变化。假设用户低速移动 (设  $v=0\sim 3$  km/h), 则多径信号的入射方向在相干时间内可视为不变。DMA 通过对变容二极管施加控制电压, 动态地控制超材料阵元的相移系数, 设置不同的相移向量, 形成多个方向图来观测多径信号。



图1 基于 DMA 的多径信道传输模型

L 形阵列是二维 DOA 估计的典型结构, 具有结构简单且便于工程实现的优势。因此, 本文考虑使用一个 L 形 DMA 阵列, 由微带  $X$  和微带  $Y$  垂直组成, 分别沿笛卡儿坐标系中的  $x$  轴和  $y$  轴排列, 基于 L 形 DMA 的 DOA 估计模型如图 2 所示。每条微带包含  $N$  个可重构超材料阵元, 阵元间隔为半波长, 即  $d_x=d_y=d=\lambda/2$ 。导频信号经  $K(K<$

$N$ ) 条多径到达 DMA, 设远场窄带导频信号的调制方式为二进制相移键控 (binary phase-shift keying, BPSK), 信号表达式为  $s(t) = \exp(j2\pi f_c t + \psi)$ ,  $0 < t < T$ , 其中  $j$  为虚数单位,  $f_c = 3.15$  GHz,  $\psi = 0$  或  $\psi = \pi$ ,  $T$  为导频符号周期, 则导频序列可表示为  $\mathbf{s}^T = [s_1, s_2, \dots, s_L] \in \mathbb{C}^{1 \times L}$ . 设  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  分别为第  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 条径入射方向与  $x$  轴和  $y$  轴的夹角,  $\theta_k$  和  $\phi_k$  分别为第  $k$  个信号的俯仰角和方位角, 根据几何关系, 有  $\cos \alpha_k = \sin \theta_k \cos \phi_k$  和  $\cos \beta_k = \sin \theta_k \sin \phi_k$ , 其中  $\theta_k \in [0, 90^\circ]$ ,  $\phi_k \in [-180^\circ, 180^\circ]$ . 设多径信道复增益为  $\mathbf{h}^\gamma = [h_1^\gamma, h_2^\gamma, \dots, h_K^\gamma]^T$ , 其中第  $\gamma$  ( $\gamma = 1, 2, \dots, \Gamma$ ) 个相干时段的第  $k$  个分量  $h_k^\gamma$  服从复高斯随机分布, 且独立同分布,  $h_k^\gamma \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ . 因此, 微带  $X$  和微带  $Y$  中第  $\gamma$  个时段第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 个阵元的第  $l$  个数据可表示为:

$$x_n^\gamma(l) = \sum_{k=1}^K e^{j2\pi \frac{(n-1)d}{\lambda} \cos \alpha_k} h_k^\gamma s_l + w_{Xn}^\gamma(l) \quad (1)$$

$$y_n^\gamma(l) = \sum_{k=1}^K e^{j2\pi \frac{nd}{\lambda} \cos \beta_k} h_k^\gamma s_l + w_{Yn}^\gamma(l) \quad (2)$$

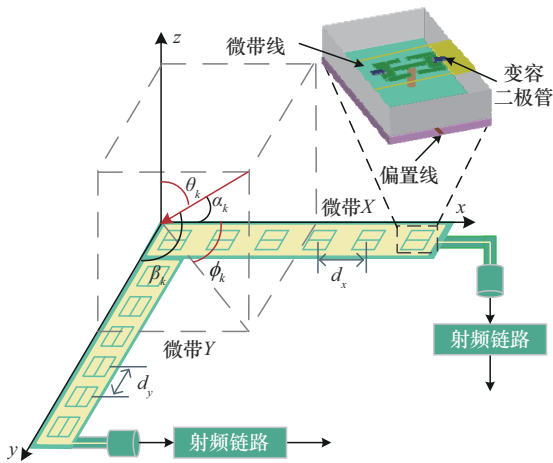


图2 基于L型DMA的DOA估计模型

其中,  $w_{Xn}$  和  $w_{Yn}$  表示零均值白高斯噪声, 噪声功率为  $\sigma^2$ , 且相互独立。

则第  $\gamma$  个时段的阵元空间数据表示为:

$$\mathbf{X}_e^\gamma = \mathbf{A}_X \mathbf{h}^\gamma \mathbf{s}^T + \mathbf{W}_X^\gamma \quad (3)$$

$$\mathbf{Y}_e^\gamma = \mathbf{A}_Y \mathbf{h}^\gamma \mathbf{s}^T + \mathbf{W}_Y^\gamma \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{A}_X = [\mathbf{a}_X(\alpha_1), \mathbf{a}_X(\alpha_2), \dots, \mathbf{a}_X(\alpha_K)] \in \mathbb{C}^{N \times K}$  为  $x$  轴阵列流形矩阵, 矩阵的列向量  $\mathbf{a}_X(\alpha_k) =$

$$\begin{bmatrix} 1, \dots, e^{j2\pi \frac{(N-1)d}{\lambda} \cos \alpha_k} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{A}_Y = [\mathbf{a}_Y(\beta_1), \dots, \mathbf{a}_Y(\beta_K)] \in$$

$\mathbb{C}^{N \times K}$  为  $y$  轴阵列流形矩阵, 矩阵的列向量

$$\mathbf{a}_Y(\beta_k) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \beta_k}, \dots, e^{j2\pi \frac{Nd}{\lambda} \cos \beta_k} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{W}_X^\gamma \text{ 和 } \mathbf{W}_Y^\gamma \text{ 表}$$

示噪声。

超材料阵元在每个导频符号周期内快速改变相移状态, 利用相移向量构建的观测矩阵表示为  $\mathbf{\Omega} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_b, \dots, \mathbf{v}_B] \in \mathbb{C}^{N \times B}$ , 其中,  $\mathbf{v}_b$  表示第  $b$  个相移向量, 一个符号周期内形成  $B$  个观测方向图。第  $\gamma$  个时段观测到的波束空间数据可表示为:

$$\mathbf{X}_B^\gamma = \mathbf{\Omega}^H \mathbf{X}_e^\gamma \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}_B^\gamma = \mathbf{\Omega}^H \mathbf{Y}_e^\gamma \quad (6)$$

然而, 现有空间平滑算法主要应用于 ULA, 空间平滑算法示意图如图 3 所示, 将式 (3) 和式 (4) 所示的数据拆分为  $M$  个子阵数据后, 计算每个子阵的自协方差矩阵和子阵间的互协方差矩阵, 进而得到修正的空间平滑矩阵, 用于估计 DOA。由图 3 可以看出, 空间平滑算法存在明显的有效孔径损失问题, 导致估计精度下降。

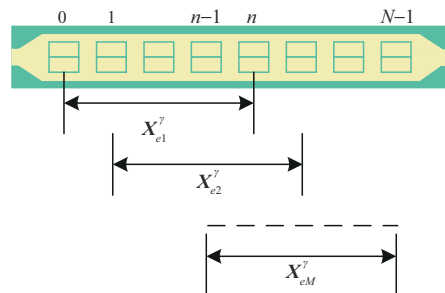


图3 空间平滑算法示意图

在 ULA 中, 相邻阵元的接收信号相位时延相等, 但从式 (5) 和式 (6) 可知, 在 DMA 中, 每个阵元的相移参数不同, 导致相邻阵元的信号时延不相等, 使现有空间平滑算法无法直接应用



于DMA。针对这一问题，本文提出了BTS算法，BTS算法示意图如图4所示，在多个相干时间段采用相同的观测矩阵 $\Omega$ 获取波束空间数据后再进行平滑，既适用于DMA，又避免了孔径损失，从而提高了DOA估计精度。

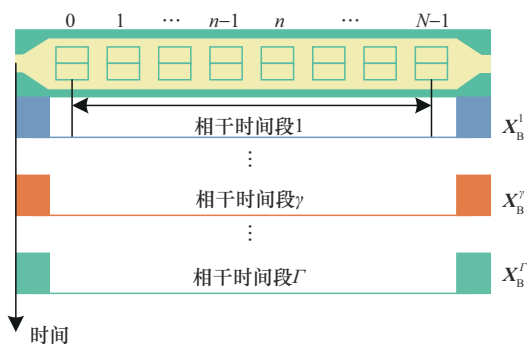


图4 BTS算法示意图

## 2 基于DMA的BTS DOA估计方法

基于DMA的BTS DOA估计方法利用DMA的捷变和相移特性构建虚拟多通道，从而获取多个相干时段的波束空间数据。随后，BTS算法构造修正的协方差矩阵，并采用一维波束空间MUSIC算法和ML配对算法得到多径信号DOA。

### 2.1 基于DMA的虚拟多通道技术

传统的多通道天线阵列需要多个射频链路，硬件结构复杂且成本高。DMA由封装在微带中的可调谐超材料天线元件组成，每条微带仅需要一条射频链路，能够显著降低硬件成本。DMA通过动态配置的方式调整入射信号的相移，优化相移参数，可有效提高信号接收质量<sup>[15,22]</sup>。哈达玛（Hadamard）矩阵是一种由+1和-1构成的正交矩阵，行（或列）向量两两正交，适用于构造正交的虚拟多通道。

虚拟多通道示意图如图5所示，以微带X为例，DMA采用时分复用方式，在B个时刻利用Hadamard矩阵 $\Omega$ 的B列生成B个观测方向图，形成B个虚拟通道。在第b个虚拟通道，N个阵元

的接收信号相移后矢量相加，由射频前端和基带处理器处理，解调出该虚拟通道的数据，获取B个虚拟通道数据后，整合得到如式（5）和式（6）所示的波束空间数据。

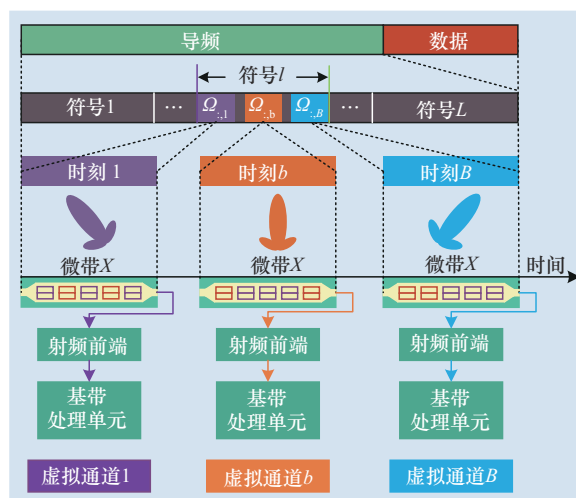


图5 虚拟多通道示意图

### 2.2 基于BTS算法的MUSIC算法

BTS算法利用多个相干时段信号子空间数据的自协方差矩阵，以及不同相干时段之间的互协方差矩阵，完成解相干。然后，采用一维MUSIC算法估计多径信号DOA。

#### 2.2.1 BTS算法

微带X和微带Y采用相同的信号处理算法，利用信号子空间数据的自协方差矩阵和互协方差矩阵实现解相干。为简化表述，下文以微带X为例，并将 $\mathbf{R}_X^y$ 和 $\mathbf{A}_X$ 简化为 $\mathbf{R}^y$ 和 $\mathbf{A}$ 。式（5）的数据协方差矩阵 $\mathbf{R}^y$ 可表示为：

$$\mathbf{R}^y = E[\mathbf{X}_B^y (\mathbf{X}_B^y)^H] = \Omega^H \mathbf{A} \mathbf{h}^y \mathbf{R}_{SS} (\mathbf{h}^y)^H \mathbf{A}^H \Omega + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

其中， $\mathbf{R}_{SS} = E[\mathbf{s}^T \mathbf{s}^*]$ ，\*表示复共轭。在多径环境下， $\mathbf{R}_{SS}$ 的秩为1，经过特征值分解后，只有一个特征值大于噪声方差，即 $\lambda_1^y > \lambda_2^y \geq \dots \geq \lambda_B^y = \sigma^2$ 。因此， $\mathbf{R}^y$ 可由特征向量 $\mathbf{u}_1^y$ 和 $\mathbf{U}_w^y$ 表示为：

$$\mathbf{R}^y = \lambda_1^y \mathbf{u}_1^y (\mathbf{u}_1^y)^H + \sigma^2 \mathbf{U}_w^y (\mathbf{U}_w^y)^H \quad (8)$$

信号子空间包含所有入射信号的方向信息，对于多径信号，信号特征向量是方向向量

$a(\alpha_1), a(\alpha_2), \dots, a(\alpha_K)$  的线性组合, 即信号子空间数据  $\mathbf{u}_1^\gamma$  可表示为:

$$\mathbf{u}_1^\gamma = \kappa_1^\gamma \mathbf{\Omega}^H \mathbf{a}(\alpha_1) + \kappa_2^\gamma \mathbf{\Omega}^H \mathbf{a}(\alpha_2) + \dots + \kappa_K^\gamma \mathbf{\Omega}^H \mathbf{a}(\alpha_K) = \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^\gamma \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{\kappa}^\gamma = [\kappa_1^\gamma, \kappa_2^\gamma, \dots, \kappa_K^\gamma]^T$  表示在第  $\gamma$  个时段的线性组合系数向量<sup>[10]</sup>。

定义第  $i$  个和第  $j$  个相干时段信号子空间数据的前向互协方差矩阵  $\mathbf{R}_{i,j}$  为:

$$\mathbf{R}_{i,j} = \mathbf{u}_1^i (\mathbf{u}_1^j)^H = \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} \quad (10)$$

根据前向矩阵  $\mathbf{R}_{i,j}$ , 后向互协方差矩阵  $\bar{\mathbf{R}}_{i,j}$  表示为:

$$\bar{\mathbf{R}}_{i,j} = \mathbf{\Omega}^H \mathbf{J} [(\mathbf{\Omega}^H)^{-1} \mathbf{R}_{i,j} \mathbf{\Omega}^{-1}]^* \mathbf{J} \mathbf{\Omega} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{J}$  为  $N \times N$  的交换矩阵。

BTS 算法将所有相关协方差矩阵进行互相关运算后, 加和平均得到等效波束空间时间平滑矩阵:

$$\mathbf{R}_{\text{BTS}} = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L (\mathbf{R}_{i,j} \mathbf{R}_{j,i} + \mathbf{R}_{i,i} \mathbf{R}_{j,j}) + (\bar{\mathbf{R}}_{i,j} \bar{\mathbf{R}}_{j,i} + \bar{\mathbf{R}}_{i,i} \bar{\mathbf{R}}_{j,j}) \quad (12)$$

为简化说明时间平滑矩阵恢复信号协方差秩的特性, 仅以前向平滑矩阵为例, 其表达式为:

$$\mathbf{R}_1^f = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_{i,j} \mathbf{R}_{j,i} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^j (\mathbf{\kappa}^i)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} = (13)$$

$$\mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \Phi_{j,i} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \right\} \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega}$$

$$\mathbf{R}_2^f = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_{i,i} \mathbf{R}_{j,j} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^i)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^j (\mathbf{\kappa}^j)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} = (14)$$

$$\mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \Phi_{i,j} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \right\} \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega}$$

其中,  $\Phi_{j,i} = (\mathbf{\kappa}^j)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^i$  和  $\Phi_{i,j} = (\mathbf{\kappa}^i)^H \mathbf{A}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H \mathbf{A} \mathbf{\kappa}^j$  为实数值。由式 (7) 和式 (9) 可知, 由于各相干时段的信道复增益服从复高斯分布, 系数

向量  $\mathbf{\kappa}^i$  和  $\mathbf{\kappa}^j$  必然存在差异。当线性无关的系数向量  $\mathbf{\kappa}$  的数量大于多径数  $K$  时, 满足  $\text{rank}$

$$\left( \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \Phi_{j,i} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \right) = K \text{ 和 } \text{rank} \left( \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \Phi_{i,j} \mathbf{\kappa}^i (\mathbf{\kappa}^j)^H \right) = K,$$

前向平滑矩阵  $\mathbf{R}_1^f$  和  $\mathbf{R}_2^f$  满秩<sup>[23]</sup>。

### 2.2.2 一维波束空间 MUSIC 算法

利用修正后的满秩协方差矩阵  $\mathbf{R}_{\text{BTS}}$ , 采用一维波束空间 MUSIC 算法进行 DOA 估计。对  $\mathbf{R}_{\text{BTS}}$  进行特征值分解, 得到:

$$\mathbf{R}_{\text{BTS}} = \sum_{b=1}^B \lambda_b \mathbf{e}_b \mathbf{e}_b^H = \mathbf{E}_S \mathbf{A}_S \mathbf{E}_S^H + \mathbf{E}_W \mathbf{A}_W \mathbf{E}_W^H \quad (15)$$

其中,  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K \geq \lambda_{K+1} \geq \dots \geq \lambda_B$  为  $\mathbf{R}_{\text{BTS}}$  的特征值,  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_B$  为相应的特征向量。设  $\mathbf{E}_S = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K]$  为  $\mathbf{R}_{\text{BTS}}$  的信号子空间,  $\mathbf{E}_W = [\mathbf{e}_{K+1}, \mathbf{e}_{K+2}, \dots, \mathbf{e}_B]$  为噪声子空间,  $\mathbf{A}_S = \text{diag}([\lambda_1, \dots, \lambda_K])$  表示信号子空间的特征值矩阵,  $\mathbf{A}_W = \text{diag}([\lambda_{K+1}, \dots, \lambda_B])$  表示噪声子空间的特征值矩阵。对于微带  $X$ , 波束空间 MUSIC 算法的空间谱函数表示为:

$$P_{X-\text{MUSIC}} = \frac{\mathbf{a}^H(\alpha) \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H \mathbf{a}(\alpha)}{\mathbf{a}^H(\alpha) \mathbf{\Omega} \mathbf{E}_W \mathbf{E}_W^H \mathbf{\Omega}^H \mathbf{a}(\alpha)} \quad (16)$$

通过对  $\alpha$  进行遍历搜索, 选择最大的  $K$  个峰值所对应的角度, 即为微带  $X$  的入射 DOA 估计值。同样地, 通过对  $\beta$  进行遍历搜索, 选择最大的  $K$  个峰值所对应的角度, 即微带  $Y$  的入射 DOA 估计值。最后, 采用 ML 算法, 对  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  进行配对, 根据几何关系进行三角函数计算, 得到估计出的  $(\hat{\theta}_k, \hat{\phi}_k)$ , 表示为:

$$\begin{cases} \hat{\phi}_k = \arctan \frac{\cos \hat{\beta}_k}{\cos \hat{\alpha}_k} \\ \hat{\theta}_k = \arcsin \sqrt{\cos^2 \hat{\alpha}_k + \cos^2 \hat{\beta}_k} \end{cases} \quad (17)$$

### 2.3 复杂度分析

本节对所提 BTS 算法与现有空间平滑算法的计算复杂度进行对比分析, 各算法计算复杂度对比见表 1。本文的相移矩阵  $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{N \times B}$  采用 Hadamard 矩阵构造, 由于其正交性要求  $B=N$  (即矩阵为方



阵), 因此后续分析中统一用  $N$  表示数据维度。

表1 各算法计算复杂度对比

| 算法     | 计算复杂度                                                            |
|--------|------------------------------------------------------------------|
| BTS    | $O(\Gamma N^2 L + \Gamma N^3 + 4\Gamma^2 \bar{N}^3 + \bar{N}^3)$ |
| ESS-SS | $O(M\bar{N}^2 L + M\bar{N}^3 + 4M^2 \bar{N}^3 + \bar{N}^3)$      |
| ESS    | $O(M\bar{N}^2 L + 4M^2 \bar{N}^3 + \bar{N}^3)$                   |
| SSS    | $O(M\bar{N}^2 L + M\bar{N}^3 + 2(M^2 + M)\bar{N}^2 + \bar{N}^3)$ |
| FBSS   | $O(M\bar{N}^2 L + 2M\bar{N}^2 + \bar{N}^3)$                      |

BTS 算法的复杂度主要集中在以下 4 个步骤。

**步骤 1** 式 (7): 求解  $\Gamma$  个相干时段接收数据  $\mathbf{X}_B^y \in \mathbb{C}^{N \times L}$  的协方差矩阵, 复杂度为  $O(\Gamma N^2 L)$ 。

**步骤 2** 式 (8): 对  $\Gamma$  个协方差矩阵  $\mathbf{R}^y \in \mathbb{C}^{N \times N}$  分别进行特征值分解, 复杂度为  $O(\Gamma N^3)$ 。

**步骤 3** 式 (12): 不同相干时段协方差矩阵的互相关运算, 复杂度为  $O(4\Gamma^2 N^3)$ 。

**步骤 4** 式 (15): 对修正后的满秩矩阵  $\mathbf{R}_{\text{BTS}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  进行特征值分解, 复杂度为  $O(N^3)$ 。

与 BTS 算法相比, ESS-SS 算法参与运算的子阵数为  $M (M \leq \Gamma)$ , 子阵阵元数为  $\bar{N} < N$ , 则复杂度为  $O(M\bar{N}^2 L + M\bar{N}^3 + 4M^2 \bar{N}^3 + \bar{N}^3)$ , 可以看出, ESS-SS 算法的复杂度小于 BTS 算法。

与 ESS-SS 算法相比, ESS 算法省略了步骤 2 的特征值分解, 因此其复杂度进一步降低, 为  $O(M\bar{N}^2 L + 4M^2 \bar{N}^3 + \bar{N}^3)$ 。

SSS 算法是在 ESS-SS 的基础上, 减少步骤 3 中参与运算的互协方差矩阵, 并取消互协方差矩阵平方运算, 从而将复杂度降低为  $O(M\bar{N}^2 L + M\bar{N}^3 + 2(M^2 + M)\bar{N}^2 + \bar{N}^3)$ 。

FBSS 算法仅考虑子阵的自协方差矩阵, 而忽略了子阵间的互协方差信息。因此, 与其他算法相比, 其复杂度最低, 为  $O(M\bar{N}^2 L + 2M\bar{N}^2 + \bar{N}^3)$ 。

通过对比分析可知, 本文所提的 BTS 算法利用多个相干时段的数据进行平滑处理, 虽然计算复杂度高于现有空间平滑算法, 但有效避免了阵列孔径损失, 从而提高了估计精度。

### 3 仿真结果与分析

为了验证本文所提方法的性能, 并分析影响估计精度的因素, 本节从空间功率谱、信噪比、阵列孔径、多径数量等方面进行了仿真实验。

将 FBSS<sup>[6]</sup>、ESS<sup>[10]</sup>、ESS-SS<sup>[10]</sup>、SSS<sup>[11]</sup> 等算法从 ULA 扩展至 L 形阵列, 与本文所提 BTS 算法进行对比分析。仿真条件设置为: 阵元个数  $N=32$ , 导频长度  $L=63$ , 俯仰角范围  $[5^\circ, 45^\circ]$ , 方位角范围  $[-120^\circ, 120^\circ]$ , 蒙特卡罗次数  $Q$  为 10 000 次。采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 作为 DOA 估计精度的衡量标准, 定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{QK} \sum_{q=1}^Q \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{qk} - \theta_{qk})^2 + (\hat{\phi}_{qk} - \phi_{qk})^2} \quad (18)$$

其中,  $(\hat{\theta}_{qk}, \hat{\phi}_{qk})$  是第  $q$  次蒙特卡罗仿真中第  $k$  个入射角度  $(\theta_{qk}, \phi_{qk})$  的估计值。

#### 3.1 空间功率谱对比

本节通过归一化空间功率谱验证所提算法的有效性。设信噪比为 5 dB, 且有 5 条多径信号, 入射角度  $(\theta_k, \phi_k)$  分别为  $(10^\circ, -120^\circ)$ 、 $(20^\circ, -60^\circ)$ 、 $(30^\circ, 0^\circ)$ 、 $(40^\circ, 60^\circ)$ 、 $(50^\circ, 120^\circ)$ , 则微带  $X$  的一维入射角度分别为  $-22.5^\circ$ 、 $-5^\circ$ 、 $9.8^\circ$ 、 $18.7^\circ$ 、 $30^\circ$ 。若现有算法未划分子阵, 本文所提算法仅接收一个相干时段的数据, 使得接收数据未经解相干处理, 则协方差矩阵的秩降为 1, 信号子空间和噪声子空间的正交性被破坏, 导致采用 MUSIC 算法构造的空间功率谱谱峰消失, DOA 估计失败, 未解相干处理的空间功率谱如图 6 所示。若所有算法均实现平滑效果, 则功率谱可观察到入射角度附近的尖锐谱峰, 能够有效实现 DOA 估计, 解相干处理后的空间功率谱如图 7 所示。与现有算法相比, BTS 算法的谱峰偏移更小, 这是因为避免了孔径损失, 具有更高的分辨率, 并能够充分利用各相干时段数据之间的相关性。

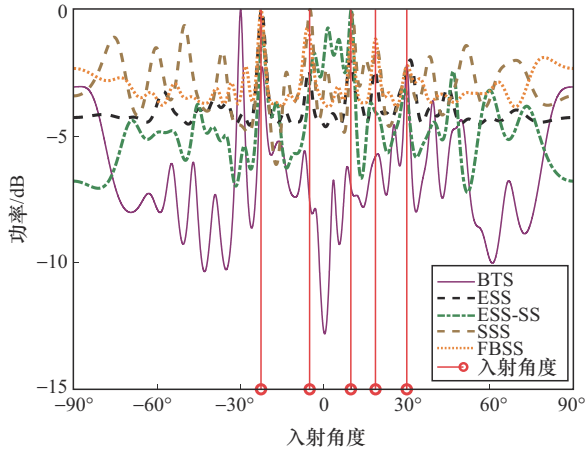
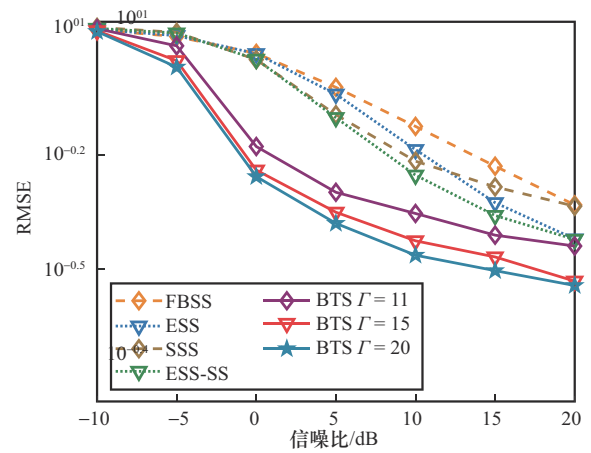
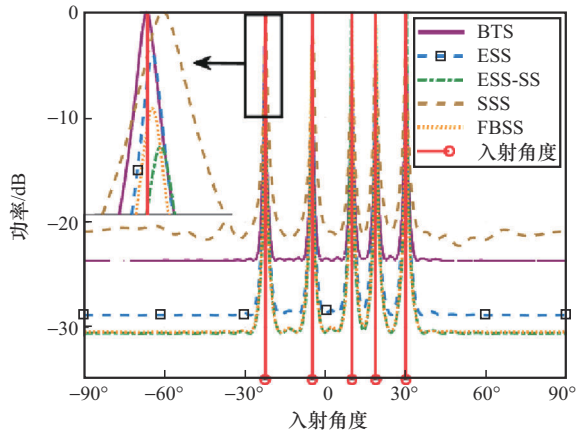
图6 未解相干处理的空间功率谱( $K=5$ )

图8 不同信噪比下的RMSE

图7 解相干处理后的空间功率谱( $K=5$ )

### 3.2 不同信噪比下的估计精度对比

本节仿真了各算法的RMSE随信噪比变化的曲线,不同信噪比下的RMSE如图8所示。设定多径数 $K=3$ ,角度在设定范围内均匀分布。由图8可知, RMSE随着信噪比的提高而降低,在低信噪比情况下, BTS算法的RMSE具有更显著的下降。在所信噪比范围内, BTS算法相较于现有算法具有明显的性能优势。当相干时段数 $L=11$ 时,与子阵数量 $M=11$ 相等,由于BTS算法避免了孔径损失, RMSE低于现有平滑算法。随着 $L$ 值的增大,更多相干时段的冗余数据有助于降低数据中的瞬时噪声,从而提高估计性能。然而,由于阵列物理孔径固定,性能提升趋势逐渐减缓,  $L=15$ 与 $L=20$ 的性能曲线比 $L=15$ 与 $L=11$ 的更接近。

### 3.3 不同阵列孔径下的估计精度对比

本节仿真了各算法的RMSE随阵列孔径变化的曲线,不同阵列孔径下的RMSE如图9所示。设定多径数 $K=3$ ,角度在设定范围内均匀分布。本文BTS算法的阵列孔径范围为4~48, 现有算法则由于存在孔径损失, 阵列孔径范围为8~48。由图9可知, RMSE随着阵列孔径的增大而降低, BTS算法相较于现有算法表现出明显的性能优势。同时, 由于BTS算法没有孔径损失, 在信噪比为5 dB时, 性能优于现有算法在信噪比为15 dB条件下的性能。随着信噪比的增大, 估计性能也随之提高。

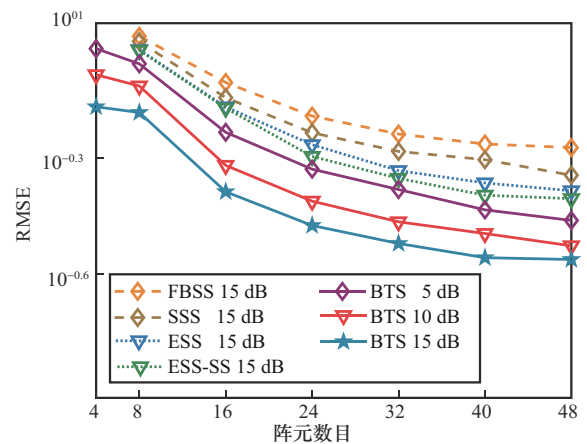


图9 不同阵列孔径下的RMSE

### 3.4 不同多径数量下的估计精度对比

本节仿真了各算法的RMSE随多径数量变化的



曲线,不同多径数量下的RMSE如图10所示。设定每条径的信噪比为5 dB,角度在设定范围内均匀分布。由图10可知,随着多径数量的增加,信号间隔减小,阵列天线的固有分辨率导致估计误差增大。BTS算法的有效阵列孔径大于现有平滑算法,在多径数量增多的情况下,也能有效提高估计精度,性能最优。此外,相干时段的增加能够有效提升信号的冗余信息,提取更多有效信息,提高估计精度。

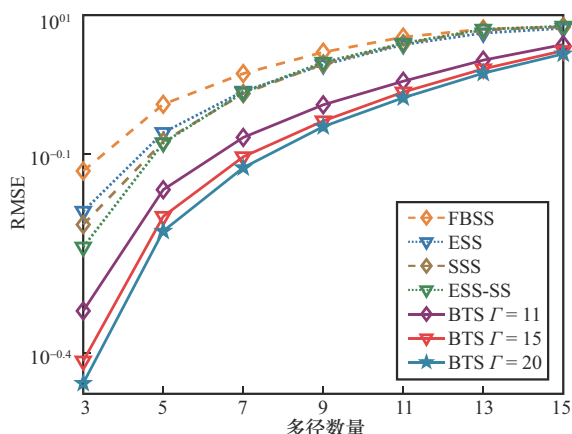


图10 不同多径数量下的RMSE

## 4 结束语

针对现有空间平滑算法无法直接应用于DMA,且子阵划分导致有效孔径损失,进而导致估计精度下降的问题,本文提出了一种基于BTS算法的超表面天线二维DOA估计方法。该方法首先利用L形DMA的捷变和相移特性构建虚拟通道,在无孔径损失的情况下获取多维度的信号观测分量。然后,将二维角度数据转化为一维角度数据,采用BTS算法在每个相干时段提取信号子空间数据,并计算多个时段子空间数据间的互协方差矩阵。最后,利用修正后的时间平滑矩阵,结合MUSIC估计算法和ML配对算法获取二维DOA。仿真结果表明,相较现有空间平滑算法,BTS算法具有更强的去相关性和更小的谱峰偏移,从而能够显著提高DOA估计精度。

## 参考文献:

- [1] JI X S, WU J X, JIN L, et al. Discussion on a new paradigm of endogenous security towards 6G networks[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2022, 23(10): 1421-1450.
- [2] ZHANG X J, FENG D Z, ZHENG W X. Fast subspace and DOA estimation method for the case of high-dimensional and small samples[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, 74(3): 3958-3975.
- [3] 侯进, 盛尧宝, 张波. 基于二阶统计特性的方向向量估计算法的DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2024, 46(2): 697-704.  
HOU J, SHENG Y B, ZHANG B. DOA estimation of direction vector estimation algorithm based on second-order statistical properties[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(2): 697-704.
- [4] ZHANG J C, LI M H, BAI L X, et al. DOA estimation by jointly exploiting L1-SVD and enhanced spatial smoothing in coherent environment[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 8508012.
- [5] SHAN T J, WAX M, KAILATH T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
- [6] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(1): 8-15.
- [7] DU W, KIRLIN R L. Improved spatial smoothing techniques for DOA estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(5): 1208-1210.
- [8] 董玫, 张守宏, 吴向东, 等. 一种改进的空间平滑算法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(4): 859-862.  
DONG M, ZHANG S H, WU X D, et al. An improved spatial smoothing technique[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(4): 859-862.
- [9] TIAN G G, ZHAO C L, LI J X, et al. The DOA estimation method based on improved SSMUSIC algorithm[C]//*Proceedings of the 2022 3rd China International SAR Symposium (CISS)*. Piscataway: IEEE Press, 2022: 1-4.
- [10] PAN J J, SUN M, WANG Y D, et al. An enhanced spatial smoothing technique with ESPRIT algorithm for direction of arrival estimation in coherent scenarios[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3635-3643.
- [11] PAN J J, SUN M, WANG Y D, et al. Simplified spatial smoothing for DOA estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(2): 841-845.
- [12] WU Y C, SUN Y, GE W, et al. An improved forward-backward

- spatial smoothing MUSIC algorithm for coherent signal direction finding[C]//Proceedings of the IET International Radar Conference (IRC 2023). London: IET, 2023: 2009-2012.
- [13] YE H C C, LEE J H, CHEN Y M. Estimating two-dimensional angles of arrival in coherent source environment[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(1): 153-155.
- [14] GRISHIN I, FOKIN G, SEVIDOV V, et al. Analysis of the spatial smoothing influence on the performance of 2D-MUSIC for ultra-dense networks[C]//Proceedings of the 2023 Wave Electronics and Its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). Piscataway: IEEE Press, 2023: 1-6.
- [15] REZVANI M, ADVE R. Channel estimation for dynamic metasurface antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(6): 5832-5846.
- [16] JIN L, HU X Y, LOU Y M, et al. Introduction to wireless endogenous security and safety: Problems, attributes, structures and functions[J]. China Communications, 2021, 18(9): 88-99.
- [17] ZHANG H Y, SHLEZINGER N, GUIDI F, et al. Beam focusing for multi-user MIMO communications with dynamic metasurface antennas[C]//Proceedings of the ICASSP 2021 - 2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2021: 4780-4784.
- [18] WAN Z, LOU Y M, XU X M, et al. Physical-layer key generation based on multipath channel diversity using dynamic metasurface antennas[J]. China Communications, 2023, 20(4): 153-166.
- [19] BOYARSKY M, SLEASMAN T, PULIDO-MANCERA L, et al. Synthetic aperture radar with dynamic metasurface antennas: a conceptual development[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2017, 34(5): A22-A36.
- [20] SHLEZINGER N, ALEXANDROPOULOS G C, IMANI M F, et al. Dynamic metasurface antennas for 6G extreme massive MIMO communications[J]. IEEE Wireless Communications, 2021, 28(2): 106-113.
- [21] LOU Y M, JIN L, SUN X L, et al. Multi-path separation and parameter estimation by single DMA in fading channel[J]. IET Communications, 2022, 16(13): 1475-1485.
- [22] SHLEZINGER N, DICKER O, ELDAR Y C, et al. Dynamic metasurface antennas for uplink massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(10): 6829-6843.
- [23] JENG S S, LIN H P, OKAMOTO G, et al. Multipath direction finding with subspace smoothing[C]//Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 1997: 3485-3488.

## [作者简介]



侯利龙 (1986-), 男, 信息工程大学博士生, 主要研究方向为智能超表面和阵列信号处理等。



金梁 (1969-), 男, 信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为智能超表面、无线内生安全、移动通信、物理层安全等。



黄开枝 (1973-), 女, 信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为智能超表面、无线内生安全、移动通信网络及信息安全。



肖帅芳 (1989-), 男, 信息工程大学助理研究员, 主要研究方向为智能超表面、无线通信、物理层安全、阵列信号处理等。



楼洋明 (1991-), 男, 信息工程大学助理研究员, 主要研究方向为智能超表面、无线通信、物理层安全、阵列信号处理等。



易鸣 (1986-), 男, 信息工程大学副研究员、硕士生导师, 主要研究方向为智能超表面、物理层安全、阵列信号处理等。